数理解析研究所講究録 1301 巻 2003 年 13-23

共通認識論理の証明系*

田中義人 (Yoshihito Tanaka)
九州産業大学 (Kyushu Sangyo University)

概要

共通認識論理とは, 多様相論理の一種で, あるグループの中で様々な概念が認識されている状態, とりわけそのグループの中での共通認識としてとらえられている状態を形式的に記述したものである. ここでは, クリプキ完全な共通認識論理に着目し, それに対するいくつかの証明系について述べる.

1 Introduction

共通認識論理とは, 多様相論理の一種で, あるグループの中で様々な概念が認識されている状態, とりわけそのグループの中での共通認識としてとらえられている状態を形式的に記述したものである [HM92, Seg94, FHMV95, KN97, Kan99, Wol00]. いま, 考察の対象となっているグループが n 組のメンバー $0,1,\ldots,n-1$ から成っているとする. n は可算でもよい. このグループの中のあるメンバー i が ϕ という認識を持っているという状態を, 様相演算子 $\Box_i$ を用いて $\Box_i\phi$ と記すことにする. すると, 例えば, i と j がともに ϕ を認識しているという状態は $\Box_i\phi\wedge\Box_j\phi$ と記述されることになる. また, ϕ がこのグループの共通認識としてとらえられているという状態を様相演算子 $\Box_c$ を用いて $\Box_c\phi$ と記述することにする. 各様相演算子 $\Box_i$ と $\Box_c$ は $\mathbf{K}$ と同様に振る舞うこととする[1]. また, $\Box_i$ と $\Box_c$ の意味論上の関係は,

$$\models\Box_c\phi \;\Leftrightarrow\; w\models\Box_{i_1}\cdots\Box_{i_k}\phi \text{ for any } k\geqq 1,\ i_1,\ldots,i_k\in n. \tag{1}$$

*The author is partially supported by Grant-in-Aid for Young Scientists (B) No. 14740092 of the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology.

[1] 初等的な他の多くの様相論理でも同様の議論ができる.

本稿では, クリプキ完全な共通認識論理に着目し, それに対するいくつかの証明系について述べる. まず, Section 2 で, 基本的な定義を述べる. クリプキ完全な共通認識命題論理の証明系には, 共通認識演算子 $\Box_c$ の記述の仕方により, 様々な種類があるが, ここではそのうち二つの種類について述べる. 一つは, $\Box_c\phi$ を代数的な意味論で見た場合にそれが fixed point であることを用いる方法 [HM92] で, もう一つは, それが infinite meet であることを用いる方法 [KN97, KNST02] である. これらについては, それぞれ Section 3 と Section 4 で述べる. また, infinite meet であることを用いる方法には, より一般的で多くの論理に対応した方法 [Seg94] も知られているが, これについては Section 5 で述べる. 上記の証明系はそれぞれ同じ論理を公理化したものであるが, その述語拡大については大きな違いがみられる. また, Barcan formula の周辺に, 証明系や代数に関する様々な問題が平行して現れるという現象がみられる. これについては, Section 6 で述べる.

2 Syntax and semantics for CKL_*

ここでは, 共通認識論理の syntax と semantics を与える. 両方とも, 基本的に述語論理をベースにして考え, 命題論理を考えるときは, その命題部分に限定して考えることにする. 言語 $\mathcal{L}$ は, 論理結合子 $\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\neg$, 量化記号 $\forall$, $\exists$, 可算個の述語定数と述語変数, 各 $m \in \omega$ に対し, それぞれ可算個の m 変数述語, n 個の様相演算子 $\Box_i$ $(i \in n)$, および様相演算子 $\Box_c$ からなるものとする. 関数記号や等号は含まないものとする[3]. また, 0 変数述語を命題変数とする. 項や論理式は, $\mathcal{L}$ 上に通常の規則どおり定義されるものとする. 論理式 $\Box_i(\Box_j\phi)$ を $\Box_i\Box_j\phi$ と記すことにし, 集合 $\{\Box_i \mid i \in n\}$ を $\mathcal{K}$ と記すことにする. その上で, $\mathcal{K}^*$ を $\mathcal{K}$ 上の空列を除いた有限列全体とする. 例えば, 集合 $\{\kappa\phi \mid \kappa \in \mathcal{K}^*\}$ は集合 $\{\Box_{i_1}\cdots\Box_{i_k}\phi \mid k \geqq 1, i_1, \ldots, i_k \in n\}$ を表す.

本稿では, semantics として, クリプキモデル, 特に定領域のクリプキモデルを考える. 定領域の**クリプキフレーム**とは, 3 つ組 $\langle W, \{R_i\}_{i\in n}, D\rangle$ で, W が空でない集合,

[2] $k \in \omega$ と定義することも多いが (例えば [Seg94]), 同様の議論ができる. ここでは [HM92] に準拠している.

[3] これらを入れても同様の議論ができる

各 $i \in n$ に対し R_i が W 上の2項関係, D がある集合であるもののことである. 定領域の**クリプキモデル**とは, 4つ組 $\langle W, \{R_i\}_{i\in n}, D, I\rangle$ で, $\langle W, \{R_i\}_{i\in n}, D\rangle$ が定領域のクリプキフレーム, I が W を定義域とする関数で, 各 $w \in W$ に対し $I(w)$ が, 各述語記号 P と各定数記号 c を次のように写像する関数であるようなもののことである:

1. $P \mapsto P^{I(w)} \subset D^k$ (P は k 変数述語);

2. $c \mapsto c^{I(w)} \in D$ (c は定数記号);

3. $c^{I(w)} = c^{I(w')}$ $(w, w' \in W)$.

ただし, $k=0$ のときは, D^k は singleton $\{\emptyset\}$ と考える. したがって, P が0変数述語, すなわち命題変数のときは $P^{I(w)} = \emptyset$ または $P^{I(w)} = \{\emptyset\}$ である. 次に, クリプキモデル $\langle W, \{R_i\}_{i\in n}, D, I\rangle$ への assignment $\mathcal{A}$ を, すべての変数から D への関数として定義し, 項全体から D への関数 $v_{I(w),\mathcal{A}}$ を次のように定義する:

$$v_{I(w),\mathcal{A}}(t) = \begin{cases} \mathcal{A}(x) & t = x \ (x \text{ は変数}) \\ c^{I(w)} & t = c \ (c \text{ は定数}). \end{cases}$$

このもとで, 各論理式 ϕ と各 $w \in W$ との間の関係 $\models_{\mathcal{A}}$ を次のように定義する:

1. k 変数述語 P と項 $t_1, \ldots, t_k$ に対し,
   $w \models_{\mathcal{A}} P(t_1, \ldots, t_k) \ \Leftrightarrow \ (v_{I(w),\mathcal{A}}(t_1), \ldots, v_{I(w),\mathcal{A}}(t_k)) \in P^{I(w)}$;

2. $w \models_{\mathcal{A}} \phi \wedge \psi \ \Leftrightarrow \ w \models_{\mathcal{A}} \phi$ かつ $w \models_{\mathcal{A}} \psi$;

3. $w \models_{\mathcal{A}} \phi \vee \psi \ \Leftrightarrow \ w \models_{\mathcal{A}} \phi$ または $w \models_{\mathcal{A}} \psi$;

4. $w \models_{\mathcal{A}} \phi \supset \psi \ \Leftrightarrow \ w \not\models_{\mathcal{A}} \phi$ または $w \models_{\mathcal{A}} \psi$;

5. $w \models_{\mathcal{A}} \neg\phi \ \Leftrightarrow \ w \not\models_{\mathcal{A}} \phi$;

6. $w \models_{\mathcal{A}} \forall x\phi \ \Leftrightarrow$ 任意の $y \neq x$ に対し $\mathcal{A}'(y) = \mathcal{A}(y)$ を満たす, 全ての $\mathcal{A}'$ に対し, $w \models_{\mathcal{A}'} \phi$;

7. $w \models_{\mathcal{A}} \exists x\phi \ \Leftrightarrow$ 任意の $y \neq x$ に対し $\mathcal{A}'(y) = \mathcal{A}(y)$ を満たす, ある $\mathcal{A}'$ に対し, $w \models_{\mathcal{A}'} \phi$;

8. $w \models_{\mathcal{A}} \Box_i\phi \;\Leftrightarrow\;$ 任意の $w' \in W$ に対し, $w <_{R_i} w'$ ならば $w' \models_{\mathcal{A}} \phi$ $(i \in n)$;

9. $w \models_{\mathcal{A}} \Box_{\mathrm{c}}\phi \;\Leftrightarrow\;$ 任意の $w' \in W$ に対し, $w <_{R} w'$ ならば $w' \models_{\mathcal{A}} \phi$. ただし, R は $\bigcup_{i\in n} R_i$ の reflexive and transitive closure.

ただし, P が 0 変数述語の時は, $(v_{I(w),\mathcal{A}}(t_1), \ldots, v_{I(w),\mathcal{A}}(t_k)) = \emptyset$ とする. 容易に分かるように,

$$w \models_{\mathcal{A}} \phi \;\Leftrightarrow\; w \models_{\mathcal{A}} \kappa\phi \text{ for any } \kappa \in \mathcal{K}^*,$$

が成り立つ. すなわち, 論理式 $\Box_{\mathrm{c}}\phi$ は semantical には infinitary conjunction を含む表現 $\bigwedge\{\kappa\phi \mid \kappa \in \mathcal{K}^*\}$ と同等である.

ϕ を論理式とし, $x_1, \ldots, x_k$ を ϕ に出現する自由変数のリストとする. 直ちに分かるように, assignment $\mathcal{A}$ と $\mathcal{B}$ が任意の $i = 1, \ldots, k$ に対し $\mathcal{A}(x_i) = \mathcal{B}(x_i)$ を満たすとき, $w \models_{\mathcal{A}} \phi \;\Leftrightarrow\; w \models_{\mathcal{B}} \phi$ である. したがって, ϕ が closed のときは, assignment に依存しないので, ある (したがって全ての)$\mathcal{A}$ に対し $w \models_{\mathcal{A}} \phi$ であることを, 単に $w \models \phi$ と記す. ϕ を closed formula とする. クリプキモデル $\mathcal{M}$ 上で, 任意の $w \in W$ で $w \models \phi$ が成り立つとき, $\mathcal{M} \models \phi$ と記す. クリプキフレーム $\mathcal{F}$ 上の全てのモデル $\mathcal{M}$ で $\mathcal{M} \models \phi$ が成り立つとき, $\mathcal{F} \models \phi$ と記す. 任意のクリプキフレーム $\mathcal{F}$ に対し, $\mathcal{F} \models \phi$ を満たす共通認識命題論理の論理式全体を **CKL** と記し, 任意のクリプキフレーム $\mathcal{F}$ に対し, $\mathcal{F} \models \phi$ を満たす共通認識述語論理の closed formula 全体を $\mathbf{CKL}_*$ と記す.

3 Fixed point formalization

この section では, 共通認識命題論理の fixed point formalization について述べる [HM92, FHMV95].

任意の論理式 ϕ に対し, $\bigwedge_{i\in n} \Box_i\phi$ を $\Box_{\mathrm{e}}\phi$ と記すことにする. 各様相演算子 $\Box_i$ については, **K** と同様の証明系を考える. (**T**, **S4**, **S5** などとしてもそれぞれ同様の議論ができる). 共通認識演算子 $\Box_{\mathrm{c}}$ に対しては, 次の公理と推論規則を仮定する.

1. $\vdash \Box_{\mathrm{c}}\psi \supset \Box_{\mathrm{e}}(\psi \wedge \Box_{\mathrm{c}}\psi)$;

2. $\vdash \phi \supset \Box_{\mathrm{e}}(\psi \wedge \phi) \ \Rightarrow \vdash \phi \supset \Box_{\mathrm{c}}\,\psi$.

この証明系により, 共通認識命題論理 **CKL** を公理化することができる. すなわち, この証明系は **CKL** に対して完全である. 意味論的には $\Box_{\mathrm{c}}\,\phi$ の解釈の中に無限積が表われるのにもかかわらず, この証明系は完全に有限の枠内で記述されている. しかし, この証明系に, 通常の量化記号に関する規則を付け加えることで, 共通認識述語論理 $\mathbf{CKL}_*$ の証明系を定義することはできない. このことは, Section 6 で述べる.

この証明系は, 論理式 $\Box_{\mathrm{c}}\,\phi$ を代数的な意味論で見た場合, ある種の fixed point としてとらえられることをよく表している. まず, complete lattice に対する次の定理はよく知られている:

Theorem 3.1 (Knaster-Tarski). L を complete lattice, $f : L \to L$ を order preserving map とする. このとき,

$$\bigvee\{x \in L \mid x \leqq f(x)\}$$

は f の最大の fixed point である.

A を complete Heyting algebra とし, 論理式 ϕ とその A 上での解釈を同一視して, ともに ϕ と書くことにする. 各論理式 ϕ に対して, 関数 $f_\phi : A \to A$ を

$$f_\phi(x) = \Box_{\mathrm{e}}(x \wedge \phi)$$

で定める. $\Box_{\mathrm{c}}\,\phi$ が f_ϕ の fixed point であることは, Section 1 の関係式 1 を考えればすぐ分かるが, Theorem 3.1 をみると, fixed point formalizaton がそのことを直接記述していることが分かる: 一般に, 論理式 $\phi \supset \psi$ が代数上で $\phi \leqq \psi$ を表すことに気をつければ, fixed point formalization は,

$$\Box_{\mathrm{c}}\,\phi = \bigvee\{\psi \mid \psi \leqq f_\phi(\psi)\}$$

であることを述べていることになる. そこで, Theorem 3.1 を考えれば, $\Box_{\mathrm{c}}\,\phi$ が fixed point としてみなせるのである[4] .

[4]解釈の値域が定める subalgebra の中で最大の fixed point になっている.

4 Common knowledge operator as finite meet

この section では, 共通認識演算子を infinite meet としてとらえた証明系を二つ紹介する [KNST02]. どちらの体系も LK をベースにしており, **CKL** に対して完全である.

1つ目の体系 CX を LK と, 次の公理と推論規則により定める:

$$\frac{\Gamma \to \phi}{\Box\Gamma \to \Box\phi} \quad (\Box = \Box_i\ (i \in n),\ \Box_c),$$

$$\Box_c\,\phi \to \Box_i\,\Box_c\,\phi \quad (\forall i \in n),$$

$$\frac{\Gamma \to \Delta, \kappa\phi \quad (\forall \kappa \in \mathcal{K}^*)}{\Gamma \to \Delta, \Box_c\,\phi} \quad \frac{\kappa\phi, \Gamma \to \Delta \quad (\exists \kappa \in \mathcal{K}^*)}{\Box_c\,\phi, \Gamma \to \Delta}.$$

最初の推論規則は **K** を公理化する通常のものである. 最後の2つの推論規則は, 共通認識演算子の代数的な解釈が inifinte meet であることを直接記述したものである. 右入れの規則の上式は, 無限の sequent を含んでいる. 中央の公理は, 共通認識演算子を infinitary conjunction とみなした上で, Barcan formula からの次のような対応を考えると分かりやすい:

$$\Box_c\,p \to \Box_i\,\Box_c\,p \quad \Leftrightarrow \quad \bigwedge_{\kappa\in\mathcal{K}^*} \kappa p \to \Box_i \bigwedge_{\kappa\in\mathcal{K}^*} \kappa p \tag{2}$$

$$\Leftarrow \quad \bigwedge_{\kappa\in\mathcal{K}^*} \Box_i\kappa p \to \Box_i \bigwedge_{\kappa\in\mathcal{K}^*} \kappa p \tag{3}$$

$$\Leftarrow \quad \bigwedge_{m\in\omega} \Box_i p_m \to \Box_i \bigwedge_{m\in\omega} p_m \tag{4}$$

$$(\Leftrightarrow) \quad \forall x \Box_i\phi \to \Box_i\forall x\phi. \tag{5}$$

ここで, (4) は Barcan formula, (3) は, いわば Barcan formula を infinite conjunction で書いたもので, クリプキ完全な infinitary modal logic には常に含まれる.

次に, 2つ目の証明系 CY を, CK の共通認識演算子の公理を取り除いて, 共通認識演算子の右入れを, より一般的な次の推論規則で置き換えたもので定義する:

$$\frac{\Gamma \to \Delta, \Box_{i_1}(\psi_1 \supset \Box_{i_2}(\psi_2 \supset \cdots \Box_{i_k}(\psi_k \supset \kappa\phi)\cdots)) \quad (\text{for all } \kappa \in \mathcal{K}^*)}{\Gamma \to \Delta, \Box_{i_1}(\psi_1 \supset \Box_{i_2}(\psi_2 \supset \cdots \Box_{i_k}(\psi_k \supset \Box_c\,\phi)\cdots))}$$

Sequent system に木構造を導入した拡張を行うと, **CKL** や $\mathbf{CKL}_*$ の cut-free な体系が得られるのだが [Kas99, Tan02], この推論規則は, 木構造の入った推論規則を木構造なしの形に書き下したものと見なすことができる.

5 Non-compact axiom

共通認識論理のような非コンパクトな論理に対しては, より一般的な証明系が知られている [Gol93, Seg94, Tan01]. ここでは, そうした体系のうち, Segerberg によるもの [Seg94] について述べる[5].

まず, sequent の概念を拡張し, 任意の論理式の可算集合 Γ, Δ に対し, $\Gamma \to \Delta$ を sequent と, あらためて定義する. LK の公理と推論規則をこの拡張された sequent にあてはめる. ただし, 構造規則に関する部分と, 否定に関する部分は次のように拡張しておく:

$$\frac{\Gamma \to \Delta}{\Gamma' \to \Delta'} \quad (\Gamma \subset \Gamma',\ \Delta \subset \Delta').$$

$$\frac{\{\Gamma \to \Delta, \sigma \mid \forall \sigma \in \Sigma\} \quad \Sigma, \Lambda \to \Xi}{\Gamma, \Lambda \to \Delta, \Xi}$$

$$\frac{\Theta, \Gamma \to \Delta}{\Gamma \to \Delta, \neg\Theta} \quad \frac{\Gamma \to \Delta, \Theta}{\neg\Theta, \Gamma \to \Delta} \quad (\neg\Theta = \{\neg\theta \mid \theta \in \Theta\})$$

この拡張により, 構造規則に関しては, 規則の一度の適用で, 可算個の論理式の weakening や cut が可能になっている. また, 否定に関しては, 規則の一度の適用で, 可算個の論理式に ¬ を付けることが可能になっている. この体系は古典論理を公理化する. また, この体系に次の規則を加えると **K** が得られる[6]:

$$\frac{\Gamma \to \phi}{\Box\Gamma \to \Box\phi} \quad (\Box = \Box_i\ (i \in n),\ \Box_c).$$

---

[5] [Gol93] はさらに一般的な枠組みで議論を行っている.
[6] つまり, ここまでは, この拡張によって本質的に増えるものはない.

以上の体系に, 次の sequent を公理として付け加えると, **CKL** が公理化できる:

$$\{\kappa\phi \mid \kappa \in \mathcal{K}^*\} \to \Box_{\mathrm{c}}\,\phi,\ \Box_{\mathrm{c}}\,\phi \to \kappa\phi\ (\kappa \in \mathcal{K}^*).$$

共通認識演算子を sequent を用いて公理化する場合[7], その sequent の両辺を有限にはできないことが知られている [Seg94]. いわば, これらの公理は non-compact である. したがって, ここで行われている sequent の拡張は本質的なものである. さらに, 次のようなより一般的な議論が成り立つ:

THEOREM 5.1 (Segerberg). $\Gamma_i \to \Delta_i$ $(i \in \omega)$ をそれぞれ無矛盾な sequent とする. 任意の $i \in \omega$ に対し, $\Gamma_i \to \Delta_i$ の substitution instance が高々可算のとき, これらの sequent を公理とする logic はモデルを持つ. すなわち, 次を満たすクリプキモデル $\mathcal{M}$ が存在する:

1. 任意の $i \in \omega$ に対し, $\mathcal{M} \models \Gamma_i \to \Delta_i$;
2. 論理式 ϕ が derivable であることの必要十分条件は, $\mathcal{M} \models \phi$ である.

6 Common knowledge predicate logic

この section では, これまで述べてきた証明系の述語拡大について述べる. ここでいう述語拡大とは, **CKL** に対して完全な体系に, 適当な公理や推論規則を付け加えることで, $\mathbf{CKL}_*$ に対して完全な体系に拡張することである. $\mathbf{CKL}_*$ は, 定領域のクリプキモデル全体で特徴づけられていたから, 新たに拡張された体系では, Barcan formula $\forall x\Box\phi \supset \Box\forall x\phi$ が各様相演算子 $\Box$ に対して証明可能になっていなければならない. この述語拡大においては, 次の定理 [Wol00] が重要な意味を持つ.

THEOREM 6.1 (Wolter). $\mathbf{CKL}_*$ は recursively axiomatizable でない.

このことから直ちに, Section 3 で述べた fixed point formalization に, 通常の量化記号の規則を付け加えても, $\mathbf{CKL}_*$ を公理化できないことが分かる. その一方,

[7] この辺りから section の終りにかけての用語の厳密な定義は [Seg94] や [Tan01] にある.

Section 4 で述べた体系 CY に次の公理と推論規則を加えた体系は, **CKL**$_*$ に対して完全である:

$$\to \forall x \Box \phi \supset \Box \forall x \phi,$$

$$\frac{\Gamma \to \Delta, \phi[y/x]}{\Gamma \to \Delta, \forall x(\phi)} \quad \frac{\phi[t/x], \Gamma \to \Delta}{\forall x(\phi), \Gamma \to \Delta} \quad ,$$

$$\frac{\Gamma \to \Delta, \phi[t/x]}{\Gamma \to \Delta, \exists x(\phi)} \quad \frac{\phi[y/x], \Gamma \to \Delta}{\exists x(\phi), \Gamma \to \Delta} \quad .$$

ただし, □ は各様相演算子をあらわすものとし, ∀ の右入れと ∃ の左入れに関しては, y は下式に free に出現しないものとする. さらに, これと同様[8] の拡張を Section 5 で述べた体系に対してもおこなうと **CKL**$_*$ に対して完全になる.

また, CY に対しては, 次のような性質も知られている. CY の定義に際し, 共通認識演算子の右入れの規則を拡張したが, それと同様の拡張を ∀ の右入れについても行う:

$$\frac{\Gamma \to \Delta, \Box_{i_1}(\psi_1 \supset \Box_{i_2}(\psi_2 \supset \cdots \Box_{i_k}(\psi_k \supset \phi[y/x])\cdots))}{\Gamma \to \Delta, \Box_{i_1}(\psi_1 \supset \Box_{i_2}(\psi_2 \supset \cdots \Box_{i_k}(\psi_k \supset \forall x \phi)\cdots))} \quad .$$

ただし, y は下式に free に現れないものとする. こうして得られた体系から Barcan formula の公理を取り除いても, **CKL**$_*$ に対して完全になる. すなわち, Barcan formula は derivable になる[9] . つまり, ここで行ったような拡張は, Barcan formula そのものや, 共通認識演算子による Barcan formula の表現である $\Box_c p \supset \Box \Box_c p$ を derivable にする. また, この拡張が, 木構造を導入した sequent を通常の形に書き直したものであることと, 木構造を導入した sequent が **CKL**$_*$ の cut-free な体系を与えることとも合わせて考えると, Barcan formula との何らかの関連が想像される. さらに, 様相代数の無限積・無限和を保存する表現定理 [TO00] は, **CKL**$_*$ や Barcan formula を含む様相述語論理の完全性の証明に有用だが, その定理で Barcan formula の代数的な表現である

$$\bigwedge \Box X_n = \Box \bigwedge X_n$$

[8]ただし, sequent の定義が異なるので, 見掛けは全く同じだが, 実質的には異なる.
[9]永島孝による.

を必要としていることも興味深い. さらに, これと全く同じ状況が, 定領域の公理

$$\mathrm{CD} = \forall x(\phi(x) \vee q) \supset \forall x \phi(x) \vee q$$

を含む中間論理と Heyting 代数との間にも成り立つことも興味深い.

参考文献

[FHMV95] R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses, and M. Y. Vardi. *Reasoning about knowledge.* The MIT Press, 1995.

[Gol93] R. Goldblatt. *Mathematics of modality*, volume 43 of *CSLI Lecture Notes.* CSLI Publications, 1993.

[HM92] J. Y. Halpern and Y. Moses. A guide to completeness and complexity for modal logics of knowledge and beliefs. *Artificial Intelligence*, 54:319–379, 1992.

[Kan99] M. Kaneko. Common knowledge logic and game logic. *Journal of Symbolic Logic*, 64:685–700, 1999.

[Kas99] R. Kashima. 非古典論理のシーケント計算 -完全性定理のシーケント計算による証明-. 日本数学会 基礎論分科会 講演アブストラクト, 1999.

[KN97] M. Kaneko and T. Nagashima. Axiomatic indefinability of common knowledge in finitary logic. In M. Bacharach, L. A. Gerard-Varet, P. Mongin, and H. Shin, editors, *Epistemic Logic and the Theory of Games*, pages 69–93. Kluwer Academic Press, 1997.

[KNST02] M. Kaneko, T. Nagashima, N.-Y. Suzuki, and Y. Tanaka. Map of common knowledge logics. *Studia Logica*, 71:57–86, 2002.

[Seg94] K. Segerberg. A model existence theorem in infinitary propositional modal logic. *Journal of Philosophical Logic*, 23:337–367, 1994.

[Tan01] Y. Tanaka. Model existence in non-compact modal logic. *Studia Logica*, 67:61–73, 2001.

[Tan02] Y. Tanaka. Some proof systems for common knowledge predicate logic. To appear *Reports on Mathematical Logic*, 2002.

[TO00] Y. Tanaka and H. Ono. The Rasiowa-Sikorski lemma and Kripke completeness of predicate and infinitary modal logics. In M. Zakharyaschev, K. Segerberg, M. de Rijke, and H. Wansing, editors, *Advances in Modal Logic*, volume 2, pages 419–437. CSLI Publication, 2000.

[Wol00] F. Wolter. First order common knowledge logics. *Studia Logica*, 65:249–271, 2000.